חלק יבש מבני נתונים רטוב 2

# תיאור מבנה הנתונים

מבני הנתונים מורכב מ:

1. מבנה Union Find על התקליטים בשם records. הקבוצות במבנה הן הערמות, והתקליטים במבנה הם האיברים. התקליטים והקבוצות שמורים במערכים בגודל n, בדומה להסבר בהרצאה על מימוש Union Find באמצעות מערכים. האינדקס של תקליט ושל קבוצה הם המיקום שלהם במערכים.

כול תקליט מכיל:

* שדה extra המתכן בעת איחוד וחיפוש, כך שסכימה על ערכי extra של כול התקליטים בחיפוש הקבוצה של תקליט שהמזהה שלו הוא r\_id תחזיר את גובה התקליט.
* שדה buys בו מספר הרכישות של התקליט
* שדה parent בו נשמר האינדקס במערך התקליטים של התקליט הבא. אם הוא מספר שלילי, התקליט מצביע לקבוצה שהמזהה שלה הוא הr\_id.

כול קבוצה מכילה:

* שדה size המכיל את גודל הקבוצה, כמו בUnion Find רגיל.
* שדה column המכיל את עמודת הקבוצה.
* שדה height שהוא מספר העותקים של כול התקליטים בקבוצה ביחד.

1. club\_members - עץ AVL שהוא עץ דרגות של חברי המועדון. המפתח הוא המזהה של חבר המועדון, והדרגה היא שדה rank\_ המעודכן כך שסכימה עליו לאורך מסלול החיפוש של חבר מועדון תיתן את הוצאותיו החודשיות. תקינות השדה תוכח באופן רקורסיבי – נראה כי ניתן לשמור על תכונות השדה במתודות הרלוונטיות בהנחה שהתקיימו קודם לכן.

1. customers - טבלת האש דינאמית של לקוחות, בה פתרון התנגשויות נעשה באמצעות עצי AVL. המפתחות של העצים הם המזהה של הלקוחות. כול לקוח מכיל:
   * - phone מספר הטלפון של הלקוח
   * ֹmember - האם הלקוח חבר מועדון.

# תיאור אלגוריתמים :

לאורך כול התיאור, n הוא מספר הלקוחות במבנה בעוד שm הוא מספר התקליטים, כמו בתיאור התרגיל.

## אתחול המבנה – RecordsCompany()

באתחול המבנה, המערכים שבתוך records וcustomers הם מצביעים שעוד לא נעשה להם הקצאת זיכרון. לכן האתחול נעשה בO(1) , כמו האתחול של עץ הAVL של חברי המועדון מפני ש עצים מאותחלים ב.O(1) זאת, כפי שראינו בתרגול ובהרצאה. לכן, בסה"כ, הסיבוכיות הכוללת היא O(1).

## הפונקציה newMonth( int \* records\_stocks, int number\_of\_records) -

נאתחל את המערך של התקליטים ושל הקבוצות ב Union Find למערכים בגודל number\_of\_records . המזהה של התקליט והקבוצות הוא האינדקס שלהם במערך. הגבהים ההתחלתיים של הקבצות מאותחלים לפי הגבהים ב records\_stocks, והגודל שלהם מאותחל ל0, והעמודה לאינדקס שלהם במערך. ההורה של המשתמשים מאותחל לקבוצה בעלת המזהה שלהם (מספר שלילי) והרכישות שלהם ל0. ניתן לעשות זאת בO(1) לפי אתחול מערכים, אבל עשיתי זאת בO(m) בשל הצורך לטפל בהקצאות זיכרון, בגלל פשטות מימוש ובגלל שלא רציתי לסמוך על כך שהערכים במערך records\_stocks קבועים במהלך ההרצה. נחזיר ערכי שגיאה עם נכשלנו בהקצאת זיכרון או שהקלט לא תקין כמתואר בדרישות התרגיל.

נעבור בO(n) על כול האיברים בעץ של הלקוחות כמו באחד הסיורים שהוכח שהם מסיבוכיות גודל העץ. בכול איבר נאפס את הדרגה.

בסה"כ, הסיבוכיות של הפו הזו היא O(m + n) .

## הפונקציה - getExpenses(int c\_id)

* נלך לאורך מסלול החיפוש של c\_id בעץ club\_members ונסכום את השדה rank בכול הצמתים לאורך מסלול החיפוש.
* נחזיר ערכי שגיאה עם c\_id שלילי או לא קיים בעץ כמפורט בדרישות התרגיל.

מסלול החיפוש בעץ avl הוא O(log(size)) כשsize גודל העץ. מפני שאנחנו הולכים לאורך המסלול ומבצעים בכול צומת מספר סופי של פעולות בסיבוכיות O(1), נקבל כי הסיבוכיות הכוללת היא O(log(n)) מפני שגודל העץ club\_members קטן מn .

## הפוקציה - addPrize(int c\_id1, int c\_id2, double amount)

לעץ יש פונקצית עזר add\_rank( int c\_id, double amount) . בפונקציה זו, נוסיף amount עבור ההוצאות של כול חברי המועדון שהמזהה שלהם קטן מc\_id . נעשה זאת באופן הבא:

* נלך לאורך מסלול החיפוש של c\_id .
* בכול פעם שנתחיל רצף פניות ימינה, נוסיף amount לדרגת הצומת הראשון ממנו פנינו ימינה.
* בסיום רצף פניות ימינה, נוסיף לדרגת הצומת הראשון ממנו פנינו שמאלה -amount .
* אם מצאנו את c\_id ואנחו בתוך רצף פניות ימינה, נפחית מדרגת הצומת amount .
* נוסיף amount לבן השמאלי של c\_id עם קיים.

נכונות:

נראה נכונות עבור צמתים שלא בתת העץ של c\_id. עם ניסכום את rank לאורך מסלול החיפוש של צומת מחוץ לתת העץ של c\_id, אם המזהה של הצומת קטן מזה של c\_id , צומת זו תתאחד עם מסלול החיפוש של c\_id עם צומת שממנה פנינו ימינה – כלומר באמצע רצף של פניות ימינה. לכן, ההוצאות – הסכום של \_rank לאורך מסלול החיפוש יגדלו בamount . לעומת זאת, אם המזהה של הצומת גדול מזה של c\_id , צומת זו תתאחד עם מסלול החיפוש של c\_id עם צומת שממנה פנינו שמאלה – לאחר שנסגרו הרצפים של הפניות ימינה. לכן, ההוצאות כלומר הסכום של \_rank לאורך מסלול החיפוש לא השתנו .

עבור תת העץ של c\_id , הוספנו amount לדרגת בן השמאלי ודאגנו לאיפוס התוספות לדרגה לאורך מסלול החיפוש בשלב השלישי של האלגוריתם. לכן, הסכום של \_rank לאורך מסלול החיפוש יגדלו בamount רק עבור איברים בתת העץ השמאלי של c\_id כנדרש.

סיבוכיות :

ביצענו פעולות בסיבוכיות O(1) לאורך מסלול החיפוש של c\_id . לכן, לפי תכונות עץ avl מההרצאות הסיבוכיות היא O(log(n)) כמו שהראינו במתודה הקודמת.

כעת עבור המתודה addPrize נבצע פשוט:

add\_rank(c\_id2, -amount) .1

2. add\_rank(c\_id1, amount)

אם לא החזרנו סטטוס שגיאה על קלט לא תקין.

## הפונקציה - getPhone(int c\_id)

נחפש את הלקוח בטבלת ההאש ונחזיר את מספר הטלפון שלו. לפי משפט מההרצאה, הסיבוכיות היא O(1) בממוצע על הקלט. נחזיר ערכי שגיאה כמצופה בתיאור הפונקציה.

## הפונקציה - makeMember(int c\_id)

נשתמש בפונקציה isMember כדי לבדוק האם הלקוח במערכת והאם הוא חבר מועדון. נחזיר סטטוס שגיאה אם צריך כנדרש. אם לא – נהפוך אותו בטבלת ההאש לחבר מועדון. סיבוכיות המקרה הגרוע של isMember היא log(n) . אם הלקוח במערכת, נוסיף אותו לעץ השגיאה כמו בהוספה בעץ avl . נראה כיצד נשמור על הדרגה ללא לפגוע בסיבוכיות. בעת ההוספה, נסכום את הדרגות במסלול ההוספה. דרגת הצומת החדשה היא מינוס הסכום. כך, שנסכום את הדרגה במסלול החיפוש של הצומת החדש נקבל 0. בגלגולים במעלה העץ נעדכן את הדרגות כך שהתכונה של השדה rank בתת של השורש המוחזר מהגילגול תישמר. לדוגמא בגילגול LL:

תמונה שמכילה תרשים, קו, משולש

התיאור נוצר באופן אוטומטי תמונה שמכילה תרשים, קו, משולש

התיאור נוצר באופן אוטומטי

נחשב את השדה \_rank באופן הבא:

* AR->\_rank += A->\_rank
* A->\_rank += B->\_rank
* B->\_rank -= A->\_rank

ניתן לראות שלאחר ביצוע פעולות אלו סכום ערכי הדרגה במסלולים המובילים מA B והבנים שלהם עד לשורש תת העץ נשארים אותו גבר. לכן, תכונות השדה \_rank נשמרות בגלגולים.

מפני שעדיין ביצענו פעולות שהן O(1) סה"כ בכול צומת בה עבדרנו ובגילגולולים, הסיבוכיות היא עדיין O(log(n)) כסיבוכיות להכנסה לעץ avl שנלמדה בהרצאה.

## הפונקציה - isMember(int c\_id)

נחפש את הלקוח בטבלת ההאש ונחזיר האם הוא חבר מועדון. נחזיר סטטוסי שגיאה עם נדרש כמפורט בדרישות התרגיל. לפי משפט מההרצאה, הסיבוכיות היא O(1) בממוצע על הקלט. נחזיר ערכי שגיאה כמצופה בתיאור הפונקציה. מפני שבטבלת ההאש פתרנו התנגשויות על ידי עץ avl , נקבל כי סיבוכיות המקרה הגרוע של פונקציה זו היא O(log(n)) כי ראינו בהרצאה שסיבוכיות חיפוש בעץ avl היא מסדר גודל של גובה העץ.

## הפונקציה - buyRecord(int c\_id, int r\_id)

נחזיר הודעת שגיאה עם הקלט לא תקין, או שהמזהים לא קיימים כנדרש. נבדוק האם המשתמש קיים ואם הוא חבר מועדון לפי הפונקציה isMember שסיבוכיות המקרה הגרוע שלה היא log(n) . ניקח בO(1) את מספר הרכישות של התקליט r\_id ממערך התקליטים – נסמנו בt.

נממש באמצאות הפונקציה add\_rank שהוצגה בתיאור add\_prize באופן הבא:

add\_rank(c\_id + 1, t +100) .1

2. add\_rank(c\_id , - t - 100)

הוספנו את הסכום הדרוש לדרגה.

מכיוון שסיבוכיות add\_rank() היא log(n) , כפי שראינו סה"כ עמדנו בסיבוכיות log(n) .

## הפונקציה - addCostumer(int c\_id, int phone)

נבצע האש לc\_id. פתרנו התנגשויות באמצעות עץ avl – כלומר, בכול תא במערך, קיים עץ avl אליו נוסיף את הלקוח. השתמשנו בפונקציית ערבול רגילה – size%, כשsize גודל הטבלה. אם נגמר המקום, כלומר – מספר הלקוחות לפני ההוספה כגודל הטבלה, נגדיל פי שניים את הטבלה כמו שלמדנו בשיעור על מערך דינאמי. נשים בה את כול האיברים תוך ביצוע hash מחודש. נחזיר סטטוסי שגיאה עם צריך לפי דרישות התרגיל. לפי ההרצאה, הסיבוכיות המשוערכת של טבלת hash דינאמית היא O(1) בממוצע על הקלט עם השתמשנו בפונקציית ערבול רגילה. לכן, עמדנו בסיבוכיות הנדרשת.

## הפונקציה - putOnTop(int r\_id1, int r\_id2)

נחפש את הקבוצות של r\_id1 ו r\_id2 כמו בפעולת find בUnionFind הנלמדה בכיתה. פעולת הFind תפורט בתיאור getPlace . נסמן מזהים של קבוצות אלו ב A ובB בהתאמה. הקבוצות A וB והתקליטים המצביעים אליהם במקומות אם אינדקסים אלו במערכים של הקבוצות והתקליטים. נאחד קבוצות אלו ונעדכן את הגבהים והגודל בהתאם. נעדכן את הculomn של הקבוצה המאוחדת להיות הculomn של B. נחלק למקרים :

אם הגודל של A גדול מהגודל של B:

* נוסיף לextra של התקליט A את הגובה של הקבוצה B.
* נחסיר מהextra של התקליט B את הextra המעודכן של התקליט A.

במקרה זה נקבל שמפני שהאיחוד מתבצע על ידי כך שההורה של התקליט B הוא התקליט A , נקבל כי הסכימה על השדה extra לאורך מסלול חיפוש הקבוצה תגדל בגובה של B עבור תקליטים בקבוצה A, ולא תשתנה עבור תקליטים בקבוצה B.

אם הגודל של B גדול מהגודל של A:

* נוסיף לexstra של התקליט A את הגובה של הקבוצה B פחות הexstra של התקליט B.

במקרה זה נקבל שמפני שהאיחוד מתבצע על ידי כך שההורה של התקליט A הוא התקליט B , הסכימה על השדה extra לאורך מסלול חיפוש הקבוצה תגדל בגובה של B עבור תקליטים בקבוצה A. עבור תקליטים בקבוצה B הסכימה לא תשתנה.

מכיוון שביצענו פעולות Union וFind , בשינויים שלוקחים O(1) בסה"כ, לפי מה שהוכח בכיתה נקבל כי הסיבוכיות המשוערכת היא) log\*m O( כנדרש.

ראינו שתקינות השדה extra נשמרת בפעולה.

נחזיר סטטוסים של שגיאה עבור קלט לא תקין כפי שנתבקשנו בתרגיל.

## הפונקציה - getPlace(int r\_id, int \*column, int \*hight)

נבצע פעולת Find של Union Find כפי שנלמד בכיתה. השינויים בפעולה נעשה הם הבאים:

* בשלב מציאת הקבוצה של התקליט בעל r\_id – ניסכום את השדה extra במסלול חיפוש הקבוצה. לא נבצע כיווץ.
* נשמור במשתנה נוסף את הסכום הקודם פחות האסטרה של הקבוצה (מיוצגת במקרה זה על ידי התקליט שמצביע אליה). בעת הכיוון של כול תקליט במסלול החיפוש, נוסיף את המשתנה הנ"ל לexstra של התקליט. לאחר מכן, ונפחית ממנו את הextra הישן התקליט. הכיווץ נעשה על ידי כך שהparent הוא התקליט שמצביע לקבוצה.

הסיבוכיות של Find לא נפגעת, כי בכול שלב במסלול החיפוש של הקבוצה ובכיווץ השינויים שביצענו הם O(1) .

התקינות של השדה extra נשמרה במהלך הכיווץ, מפני שהוספנו לכול תקליט שכיווצנו את את סכום הexstra של התקליטים לפניו במסלול חיפוש הקבוצה – מפני שהם כבר לא נמצאים במסלול החיפוש שלו.

כעת עבור המתודה, נחזיר את העמודה של הקבוצה ובתור הגובה את הסכימה של שדה אקסטרה. מפני שהפונקציות getPlace וputOnTop ביצענו פעולות Union וFind , נקבל כי הסיבוכיות המשוערכת שלהן היא log\*m.

נחזיר סטטוס שגיאה עם צריך כמפורט בדרישות התרגיל.

## ההורס - RecordsCompany()~

במהלך ההורס, נשחרר את המערכים שהקצינו עבור הUnion Find וטבלת ההאש – עם שיחרור כול העצים בטבלה. לאחר מכן, נשחרר את העץ של חברי המועדון. נקבל כי הסיבוכיות הכוללת של פעולות אלו הינה גודל עץ חברי המועדון וסכום גדלי העצים בטבלת ההאש, כלומר O(n) שזה גם O(n+m) . ניתן להרוס עץ בינארי על ידי חיפוש postorder – הורסים את הבנים ואז את השורש. הסיבוכיות של חיפוש זה לפי ההרצאה היא O(size) כשsize גודל העץ.